Exercícios: semana 2

EE881 – Princípios de Comunicações I

1º semestre 2022

Exercício 2.15 (Vetor de antenas)

Este problema se relaciona com o projeto de sistemas multi-antenas. Considere o problema de teste de hipóteses binárias equiprováveis:

$$\begin{aligned} H=0 \quad &: \quad Y_1 = A + Z_1, \qquad Y_2 = A + Z_2, \\ H=1 \quad &: \quad Y_1 = -A + Z_1, \quad Y_2 = -A + Z_2, \end{aligned}$$

onde Z_1, Z_2 são variáveis aleatórias gaussianas independentes com variâncias *distintas* $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, i.e., $Z_1 \sim \mathcal{N}(0, \sigma_1^2)$ e $Z_2 \sim \mathcal{N}(0, \sigma_2^2)$. $A > 0$ é uma constante.

(a) Mostre que a regra de decisão que minimiza a probabilidade de erro (baseada na observação de Y_1, Y_2) pode ser escrita como

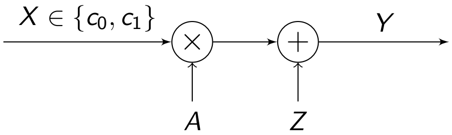
$$\sigma_2^2 y_1 + \sigma_1^2 y_2 \underset{\hat{H}=1}{\overset{\hat{H}=0}{\gtrless}} 0.$$

(b) Esboce as regiões de decisão no plano (Y_1, Y_2) para o caso especial $\sigma_1 = 2\sigma_2$.

(c) Avalie a probabilidade de erro do detector ótimo como função de σ_1^2, σ_2^2 e A.

Exercício 2.18 (Teste de hipóteses e desvanecimento)

Considere o seguinte problema de comunicação. Há duas hipóteses equiprováveis. Quando $H = 0$, transmitimos $c_0 = -b$, com $b > 0$ fixo. Quando $H = 1$, transmitimos $c_1 = b$. O canal é mostrado abaixo, onde $Z \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ representa o ruído, $A \in \{0, 1\}$ representa a atenuação aleatória (desvanecimento) com $P_A(0) = \frac{1}{2}$, e Y é a saída do canal. As variáveis aleatórias H, A e Z são independentes.



(a) Encontre a regra de decisão que o receptor deveria implementar para minimizar a probabilidade de erro. Esboce as regiões de decisão.

(b) Calcule a probabilidade de erro P_e baseada na regra de decisão acima.